principia mission

Maths dans l'espace Pack 2

Etude des combinaisons, des permutations, des factorielles et des probabilités dans le cadre de la mission de Tim Peake à bord de la Station spatiale internationale (ISS).

Ressource mathématique pour les enseignants du primaire et du secondaire.

11 - 16

UK SPACE AGENCY esero STEM LEARNING

UK Spage Agency

L'agence spatiale du Royaume-Uni (UK Space Agency) est au centre des efforts du Royaume-Uni visant à explorer l'espace et à en retirer des bénéfices. En plein essor, le secteur de l'espace contribue pour £11,8 milliards par an à l'économie du Royaume-Uni. Il emploie directement plus de 34.000 personnes et affiche un taux de croissance moyen de presque 8,5%.

Grâce à son agence spatiale, le Royaume-Uni conserve et étend ses capacités stratégiques dans les systèmes, les technologies, les sciences et les applications de l'espace.

STEM Learning Ltd

STEM Learning Ltd exploite le National STEM Learning Centre and Network (Centre national d'apprentissage et réseau STIM) ; fournissant un soutien au niveau local au travers de partenariats pour l'apprentissage des sciences en Angleterre et de partenaires en Écosse, au Pays de Galles et en Irlande du Nord, en plus d'une série d'autres projets de soutien de l'enseignement des STIM. L'apprentissage des STIM est une initiative du White Rose University Consortium (comprenant les universités de Leeds, de Sheffield et de York) et de l'université de Sheffield Hallam.

ESERO

ESERO-UK, que l'on connaît également sous le nom de « UK Space Education and Resource Office », entend promouvoir l'utilisation de l'espace pour améliorer et encourager l'enseignement et l'apprentissage des sciences, de la technologie, de l'ingénierie et des mathématiques (STIM) dans les écoles et les collèges de Grande-Bretagne.

Principia

Baptisée «Principia», la mission de Tim dans la Station spatiale internationale consiste à se placer dans cet environnement unique en son genre qu'est l'espace afin d'effectuer des expériences et d'éprouver de nouvelles technologies pour les futures explorations humaines. Tim sera la premier astronaute britannique de l'ASE à se rendre dans la Station spatiale où il passera six mois au sein de l'équipage international.

Introduction

Le 15 décembre 2015, l'astronaute de l'Agence spatiale européenne Tim Peake est parti avec la mission Principia pour passer six mois dans la Station spatiale internationale. Le nom Principia est inspiré de l'œuvre d'Isaac Newton appelée *Naturalis Principia Mathematica* dans laquelle il décrit les lois élémentaires du mouvement et de la gravité.

La mission Principia a pour but principal l'éducation et l'inspiration des jeunes gens. Tim est déterminé à faire de Principia une aventure captivante pour la jeune génération. La présente ressource fait partie d'un vaste programme d'éducation destiné à inciter les enfants à s'engager dans les voies des sciences, de la technologie, de l'ingénierie et des mathématiques (STIM).

Cet ensemble de ressources mathématiques s'adresse à des enseignants des niveaux 2, 3 et 4 (élèves entre 7 et 16 ans) du système scolaire en vigueur en Angleterre et au Pays de Galles. Il est étroitement lié à certains éléments des programmes de mathématiques enseignés en Angleterre, en Irlande du Nord, en Écosse et au Pays de Galles et qui peuvent être enseignés d'une manière innovante et stimulante. Les enfants peuvent explorer des concepts mathématiques plus ou moins familiers en relation avec la mission Principia de Tim, avec : estimations, mesures, combinaisons, permutations et probabilités.

Ce guide de l'enseignant et les ressources qui l'accompagnent peuvent être utilisés de différentes manières :

1. La poursuite des activités dans l'ordre couvrira les liens pédagogiques qui y sont énoncés. Cela pourrait être réalisé dans le cadre d'une semaine thématique ou d'une série de sessions.

2. Les enseignants peuvent choisir les activités, ressources et liens à utiliser, ainsi que le moment de leur utilisation - ils/elles peuvent être utilisé(e)s indépendamment les un(e)s des autres. Cela pourrait améliorer les manières dont les sujets touchant à l'espace et aux mathématiques sont enseignés. Si les enseignants envisagent des challenges spécifiques coïncidant avec leurs intérêts et ceux des enfants, les activités d'apprentissage pourraient être choisies de manière sélective.

3. Les enseignants peuvent choisir de confier uniquement les activités aux élèves, soit en classe, soit dans le cadre d'une activité extra-scolaire.

Cliquez ici pour plus de ressources et d'idées d'enseignement en liaison avec la mission de Tim.

Vidéos d’introduction

La collection de ressources en ligne du National STEM Learning Centre contient différentes ressources en relation avec Tim Peake, du primaire au secondaire, couvrant des thèmes relatifs à la science, à la technologie et à l’informatique. Les vidéos suivantes de notre collection peuvent constituer une bonne introduction à certaines, sinon à toutes les notions de mathématiques de cette ressource :

- Tim Peake (http://stem.org.uk/rxce8)

Tim parle de l’étude des matières STIM (Science, Technologie, Ingénierie et Mathématiques) et explique comment devenir un astronaute.

- Tim Peake : Devenir un astronaute (http://stem.org.uk/rxdex)

Tim parle de l’importance des aptitudes scientifiques pour ceux qui veulent travailler dans la Station spatiale internationale (ISS).

- Peut-on grossir dans l’espace ? (http://stem.org.uk/rxcvn)

Dans le cadre de la compétition Great British Space Dinner (Les chefs étoilés à la conquête de l’espace), le chef étoilé Heston Blumenthal nous pose la question « Peut-on grossir dans l’espace ? »

- Faire la cuisine avec les astronautes (http://stem.org.uk/rxcz9)

Heston Blumenthal explique en quoi préparer des repas dans l’ISS diffère par rapport à la Terre. On utilise de l’eau pour réhydrater les aliments qu’il n’est pas possible de faire chauffer dans un four ou un micro-ondes

- Des vaches dans l’espace (http://stem.org.uk/rxcvo)

Dans le cadre de la compétition Great British Space Dinner (Les chefs étoilés à la conquête de l’espace), le chef étoilé Heston Blumenthal pose la question « Peut-on emporter des vaches dans l’espace ? »

- Un dîner dans l’espace (http://stem.org.uk/rxcvr)

Heston Blumenthal explique que dans l’environnement sans pesanteur de la Station spatiale internationale on ne peut pas se permettre de laisser des aliments flotter dans l’espace et risquer de les retrouver dans les yeux des gens ou dans les instruments de la station et que pour boire, il faut boire hors de sachets en plastique plutôt que dans des verres.

- La texture des aliments (http://stem.org.uk/rxcvp)

Heston Blumenthal demande à des enfants de réfléchir à la texture des aliments destinés aux astronautes. Il suggère de mélanger les textures pour que Tim fasse la meilleure expérience possible quand il prendra son repas.

- Les aliments favoris de Tim Peake (http://stem.org.uk/rxcvq)

Dans le cadre de la compétition Great British Space Dinner (Les chefs étoilés à la conquête de l’espace), le chef étoilé Heston Blumenthal demande à l’astronaute Tim Peake quels sont ses aliments favoris.

Liens pédagogiques

Contenu traité :

- Comprendre et utiliser les valeurs positionnelles pour les nombres décimaux, les mesures et les nombres entiers de toute taille
- Emploi de la notation conventionnelle pour la priorité d'opérations, comprenant les parenthèses, les puissances, les racines et les valeurs réciproques
- Travailler de manière interchangeable avec des décimales finies et les fractions qui leurs correspondent (comme 3,5 et/ou 0,375)
- Arrondir les nombres et les mesures jusqu'à un degré approprié de précision [par exemple, à un nombre de décimales ou à un chiffre significatif]
- Utiliser une calculatrice ou d'autres technologies pour calculer des résultats avec précision et interpréter ceux-ci ensuite de manière adéquate
- Substituer des valeurs numériques dans des formules et des expressions, y compris dans des formules scientifiques
- Comprendre que les probabilités de tous les résultats possibles s'additionnent pour donner 1
- Générer des espaces d'échantillonnage théoriques pour des événements simples et combinés avec des résultats de probabilité égale, s'excluant mutuellement et utilisation de ceux-ci pour calculer des probabilités théoriques.

Angleterre :

Travailler mathématiquement :

- Simplifier un problème
- Formuler des hypothèses
- Interpréter les résultats

Pays de Galles :

Travailler mathématiquement :

- Choisir et appliquer des stratégies de calcul appropriées afin de résoudre des problèmes de plus en plus complexes
- Utiliser l'algèbre pour généraliser la structure de l'arithmétique, y compris pour formuler des relations mathématiques
- Développer leurs connaissances en mathématiques, partiellement par la résolution de problèmes et l'évaluation du résultat, y compris les problèmes à plusieurs étapes
- Établir et tester des conjectures au sujet de tendances et de relations, rechercher des preuves ou des contre-exemples
- Interprétation du moment où la structure d'un problème numérique nécessite un raisonnement additif, multiplicatif ou proportionnel
- Développer leurs connaissances en mathématiques, partiellement par la résolution de problèmes et l'évaluation du résultat, y compris les problèmes à plusieurs étapes

Choisir des concepts, des méthodes et des techniques appropriés à appliquer à des problèmes inhabituels et sortant de la routine

Pays de Galles :

- Transfert de capacités en mathématiques dans le programme éducatif et dans une variété de contextes et de situations de la vie de tous les jours
- Choisir, essayer et évaluer une série d'approches possibles et fractionner des problèmes complexes en une série de tâches
- Prioriser et organiser les étapes pertinentes nécessaires à l'accomplissement d'une tâche ou à l'obtention d'une solution
- Choisir une stratégie mentale ou écrite appropriée et savoir quand l'emploi d'une calculatrice est indiqué
- Expliquer avec précision les résultats et les procédures en utilisant un langage mathématique approprié
- Interpréter les réponses dans le contexte du problème et considérer si les réponses, incluant la calculatrice, les affichages analogiques et numériques, sont pertinentes

Écosse :

- Je peux utiliser différentes méthodes pour solutionner des problèmes de nombres dans des contextes familiers, en communiquant clairement au sujet de mes processus et de mes solutions
- Je peux solutionner des problèmes en effectuant des calculs avec un grand nombre de fractions, fractions décimales et pourcentages, utiliser mes réponses pour faire des comparaisons et des choix fondés pour des situations de la vie réelle.
- En me servant de ma compréhension des probabilités, je peux déterminer le nombre de fois que je peux m'attendre à voir un événement se réaliser et utiliser cette information pour faire des prédictions, une évaluation des risques, des choix et des décisions fondés.

Irlande du Nord :

- Examiner le rôle des mathématiques comme une « clé » pour l'éducation, la formation et l'emploi. Rechercher de quelle manière les capacités développées grâce aux mathématiques seront utiles pour toute une série de carrières
- Décider de la manière et des équipements à employer pour solutionner des problèmes – mentale, écrite, calculatrice, instruments mathématiques ou une combinaison de ceux-ci
- Faire preuve d'une compréhension mathématique plus approfondie en pensant de manière critique et flexible, en résolvant des problèmes et en prenant des décisions fondées
- Travailler efficacement avec d'autres personnes
- Faire preuve d'autonomie en travaillant de manière systématique, persévérer face aux tâches, évaluer et améliorer sa propre performance

Ressource d'information 1 pour l'enseignant

Entrée, plat principal, dessert

Cette ressource aborde la combinatoire, un processus similaire utilisé pour résoudre les problèmes de probabilités par le listage des résultats ou l'établissement de diagrammes en espace contenant tous les résultats possibles résultant de la combinaison de différents événements.

Cette activité peut être précédée d'une discussion introductive au sujet des aliments que les élèves emporteraient dans l'espace. La vidéo « Les aliments favoris de Tim Peake » (http://stem.org.uk/rxcvq) nous montre Tim en train de discuter de ses aliments favoris.

Cette leçon se penche sur l'affirmation *« À bord de la Station spatiale internationale (ISS), les réserves alimentaires sont très réduites. Tim pourrait ne devoir choisir qu'entre trois possibilités pour chaque partie de son repas. »* Les enseignants pourraient demander si ce modèle est réaliste – les élèves pensent-ils que cela est le cas ?

Questions que l'on pourrait poser pour susciter la réflexion au sujet du scénario ci-avant :

Quel repas comprenant trois plats choisiriez-vous ?

Discutez le fait qu'il existe une série d'options différentes, selon les préférences. Combien y a-t-il de combinaisons possibles ?

Pouvez-vous dresser la liste de toutes les combinaisons possibles ?

Les élèves disposent-ils d'une méthode pour répondre à cette question ? Peuvent-ils travailler de manière systématique ? Existe-t-il plus d'une manière de trouver la réponse ?

Le nombre total de combinaisons est : 3 × 3 × 3 = 33 = 27

Et s'il n'y avait que deux options pour chaque plat ?

On pourrait dresser une liste de tous les résultats possibles avec seulement deux options pour trouver la solution. Alternativement, le nombre total de combinaisons peut être calculé :
2 × 2 × 2 = 23 = 8. Quelle méthode les élèves pensent-ils être la meilleure ? Quels sont les avantages et les inconvénients de chacune d'entre elles quand on les applique à des situations similaires ?

Et s'il y avait quatre options ?

On pourrait à nouveau dresser une liste de tous les résultats possibles avec quatre options. Le nombre total de combinaisons peut être calculé : 4 × 4 × 4 = 43 = 64. Les élèves peuvent-ils à nouveau parler de la méthode qu'ils préfèrent et en donner les raisons ?

Tim séjourne à bord de la Station spatiale pendant six mois, le nombre de combinaisons différentes pour chaque repas est-il suffisant ?

Ce problème est plus ardu. Premièrement, combien de repas pensez-vous que Tim consommera pendant cette période de six mois ? Est-ce que cela inclut le petit-déjeuner, le déjeuner et le dîner ? Devrions-nous conserver le plan avec des repas à trois plats ?
Une solution rapide au problème consistera à poser qu'avec trois options par repas, on peut composer 3 × 3 × 3 = 33 = 27 repas différents. Un peu moins d'un mois, ou neuf jours si chaque repas doit être composé de la même manière. De cette manière non, il n'y a pas assez de combinaisons pour préparer un repas différent sur une période de six mois.
La période que nous considérons compte approximativement 180 jours et la mission de Tim dure en fait 171 jours. S'il y a n options, il faut alors que pour trois repas différents par jour n3 > 180. Cela peut être résolu d'un certain nombre de manières, les élèves plus âgés pourraient utiliser les logarithmes, les autres se livrer à des essais et les corriger par des améliorations.
Avec 6 options (n = 6), les combinaisons différentes seront au nombre de 216. Si nous voulions un repas différent comprenant trois plats, trois fois par jour, pendant six mois, nous aurions besoin d'au moins 540 combinaisons de repas. Avec n = 9, le nombre de combinaisons possibles est de 729.

Ressource d’information 2 pour l’enseignant : Quatre options

Entrée, plat principal, dessert

Cette ressource aborde la fonction factorielle (!). La fonction factorielle multiplie des nombres consécutifs décroissants, terminant par 1, c.-à-d. $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Cette activité pourrait être précédée d’une discussion introductive sur les aliments que les élèves emporteraient dans l’espace. La vidéo « Les aliments favoris de Tim Peake » (http://stem.org.uk/rxcvq) nous montre Tim en train de discuter de ses aliments favoris.

Cette leçon examine l’arrangement avec quatre options d’aliments différents. Les enseignants pourraient demander si ce modèle est réaliste – les élèves pensent-ils que ce scénario serait possible dans l’ISS ?

Questions que l’on pourrait poser pour susciter la réflexion au sujet de ce scénario :

Quelle option choisiriez-vous ?

Discutez le fait qu’il existe une série d’options différentes, selon les préférences. Quels seraient les quatre plats préférés des élèves ? Que leur manquerait-il s’ils devaient séjourner pendant six mois dans l’espace ? Comment pensent-ils que les aliments sont servis dans l’espace ?

Classez les options, de la plus appréciée à la moins appréciée

Les élèves sont-ils tous d’accord ? Peuvent-ils trouver des personnes avec des ordres identiques ou opposés aux leurs ?

De combien de manières différentes les quatre repas peuvent-ils être arrangés ?

Il y a 24 manières de classer les quatre options.

On peut choisir entre quatre options pour choisir l’aliment favori. Une fois ce choix effectué, on dispose encore de trois options pour le second choix. Il reste ensuite deux options pour le troisième choix et l’unique option qui restera devra être la moins préférée.

On notera que cette démarche peut être exprimée par $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$, mais les enseignants peuvent préférer ne pas définir la fonction factorielle à ce stade.

Et s’il y avait un nombre différent d’options ?

Encouragez les élèves à penser à leurs propres idées pour trouver la solution à cette question. Il faudra peut-être les inviter à prendre en considération l’option la plus simple consistant en un choix de repas, puis de passer à deux et ensuite à trois options. Peuvent-ils détecter une tendance dans la suite de nombres et prédire de futurs résultats ?

Y a-t-il une tendance générale ?

Nombre de repas	Calcul	Notation factorielle	Nombre d’options
1	1	1!	1
2	2 x 1	2!	2
3	3 x 2 x 1	3!	6
4	4 x 3 x 2 x 1	4!	24
5	5 x 4 x 3 x 2 x 1	5!	120
6	6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1	6!	720

Les élèves pourraient décrire la règle de progression faisant que vous « multipliez une fois de plus à chaque fois ». C'est à ce stade que la notation de la fonction factorielle pourrait être discutée.

S'il y avait n options de repas différents, le calcul serait le suivant :
$n! = n \times (n-1) \times (n-2)\ldots \times 2 \times 1$

Autres points pour la discussion :

- Quelle est la première factorielle supérieure à 1.000 ? Supérieure à 1.000.000 ?
- Qu'est-ce que 0! ?
- Quelle est la factorielle la plus grande que votre calculatrice puisse calculer ?
- Peut-il y avoir des factorielles négatives ?

Ressource d'information 3 pour l'enseignant : Aucune étiquette

Cette ressource étudie la probabilité impliquée dans le choix aléatoire d'objets. Cette activité pourrait être précédée d'une discussion introductive sur la manière dont les aliments sont transportés et consommés dans l'espace. Dans la vidéo « Faire la cuisine avec les astronautes » (http://stem.org.uk/rxcz9), Heston Blumenthal décrit comment on utilise de l'eau pour réhydrater des sachets de nourriture dans l'ISS.

Cette leçon se penche sur l'affirmation « *Malheureusement pour Tim, tous ses repas lui sont parvenus dans des paquets ... et aucun d'entre eux ne porte une étiquette ! Tim a huit options de choix différentes, mais il ne sait pas ce que contiennent les paquets qu'il choisit. Il sait aussi que l'une des options est curry.* »

Questions que l'on pourrait poser pour susciter la réflexion au sujet de ce scénario :

Quelle est la probabilité de choisir le curry ?

Les élèves devraient répondre 1/8.

Cela suppose que le curry est une seule des options, que la sélection est complètement aléatoire et qu'il ne peut pas déduire ce que contient le paquet à partir de son poids ou de sa consistance.

Quelle est la probabilité de ne pas choisir le curry ?

Les élèves devraient répondre 7/8.

On pose à nouveau les mêmes suppositions que précédemment. Les enseignants pourraient souligner le fait que sur huit options, sept ne sont pas curry. Alternativement, la réponse peut être calculée en soustrayant de un la probabilité de choisir le curry (puisque la probabilité de réalisation d'un événement ajoutée à la probabilité que l'événement ne se réalise pas donne un, étant donné qu'il est certain que l'une de ces options sera réalisée).

Quelle est la possibilité de ne pas choisir le curry trois repas consécutifs de suite ?

Les enseignants pourraient encourager les élèves à dessiner une arborescence pour illustrer ce problème. Pour ce qui est du premier repas, la probabilité de ne pas choisir le sachet avec le curry est de 7/8. En supposant que l'option curry n'a pas été sélectionnée, la probabilité sera 6/7 à l'occasion du prochain repas. Elle sera de 5/6 pour le troisième repas.

Puisque tous ces événements doivent se réaliser, nous faisons une multiplication, d'où la probabilité de choisir trois repas qui ne sont pas le curry :

$$\frac{7}{8} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{8} = 0{,}625$$

Les enseignants pourraient discuter les méthodes de multiplication de fractions, y compris la simplification avant la multiplication.

Ressource d’information 4 pour l’enseignant : aucune étiquette – des options illimitées

Cette ressource étudie la probabilité impliquée dans le choix aléatoire d’un objet sans remplacement. Cette activité pourrait être précédée d’une discussion introductive sur la manière dont les aliments sont transportés et consommés dans l’espace. Dans la vidéo « Faire la cuisine avec les astronautes » (org.uk/rxcz9), Heston Blumenthal décrit comment on utilise de l’eau pour réhydrater des sachets de nourriture dans l’ISS.

Cette leçon se penche sur l’affirmation « *Malheureusement pour Tim, tous ses repas lui sont parvenus dans des paquets ... et aucun d’entre eux ne porte une étiquette ! Tim sait qu’il y a huit options différentes, mais il ne sait pas ce qui se trouve dans les paquets qu’il choisit. Il semble qu’il y ait à bord de l’ISS un nombre illimité de chacun des 8 choix de repas. Il sait aussi que l’une des options est le curry* ».

Questions que l’on pourrait poser pour susciter la réflexion au sujet de ce scénario :

Quelle est la probabilité de choisir le curry ?

Les élèves devraient répondre 1/8.

Cela suppose que le curry est une seule des options, que la sélection est complètement aléatoire et qu’il ne peut pas déduire ce que contient le paquet à partir de son poids ou de sa consistance.

Quelle est la probabilité de ne pas choisir le curry ?

Les élèves devraient répondre 7/8.

On pose à nouveau les mêmes suppositions que précédemment. Les enseignants pourraient souligner le fait que sur huit options, sept ne sont pas le curry. Alternativement, la réponse peut être calculée en soustrayant de un la probabilité de choisir le curry (puisque la probabilité de réalisation d’un événement ajoutée à la probabilité que l’événement ne se réalise pas donne un, étant donné qu’il est certain que l’une de ces options sera réalisée).

Quelle est la possibilité de ne pas choisir le curry pour trois repas consécutifs de suite ?

Les enseignants pourraient encourager les élèves à dessiner une arborescence pour illustrer ce problème.

La probabilité de ne pas choisir le sachet de curry est de 7/8 pour le premier repas. En supposant qu’il y a un nombre illimité de chaque option, la probabilité de ne pas sélectionner le curry la prochaine fois reste de 7/8. Cette probabilité ne change pas pour tous les repas suivants.

D’où la probabilité de choisir trois repas qui ne soient pas le curry :

$$\frac{7}{8} \times \frac{77}{88} \times — = \frac{343}{512} = 0{,}669921875 = 0{,}67 \text{ (2 s. f.)}$$

Les enseignants pourraient discuter le fait que les méthodes de simplification ne fonctionnent pas avec cette forme particulière de multiplication de fractions.

Les enseignants pourraient aussi discuter la plausibilité de ce modèle. Est-il probable que des quantités illimitées d’aliments soient disponibles à bord de l’ISS ? Existe-t-il d’autres scénarios auxquels ce modèle pourrait être appliqué ? Les élèves pensent-ils qu’une probabilité de 0,67 est une estimation raisonnable ?

Ressource d'information 5 pour l'enseignant : Combinaison de repas

Cette ressource étudie les combinaisons dans les mathématiques.

Cette activité pourrait être précédée d'une discussion introductive sur les aliments que les élèves emporteraient dans l'espace. La vidéo « Les aliments favoris de Tim Peake » (http://stem.org.uk/rxcvq) nous montre Tim en train de discuter de ses aliments favoris.

La leçon examine le choix de deux objets parmi quatre options d'aliments différentes.

Questions que l'on pourrait poser pour susciter la réflexion au sujet de ce scénario :

Quelles sont les deux options que vous choisiriez ?

Discutez le fait qu'il existe une série d'options différentes, selon les préférences. Quelles seraient les combinaisons de plats préférées des élèves ? Que leur manquerait-il s'ils devaient séjourner pendant six mois dans l'espace ? Comment pensent-ils que les aliments sont servis dans l'espace ?

Combien y a-t-il de combinaisons ?

Les élèves peuvent-ils dresser la liste de toutes les combinaisons possibles ? Y a-t-il différentes méthodes au sein de la classe ? Les élèves favorisent-ils une méthode ?

Pensez-vous que l'ordre a une importance ?

Est-ce que « soupe et burger » est la même chose que « burger et soupe » ? Cette discussion est primordiale. Pour les combinaisons, l'ordre importe peu (si cela est néanmoins le cas, ces types de situations sont appelés des permutations – voir la prochaine ressource).

Et si on choisit deux options parmi CINQ articles ? Quatre articles parmi cinq ?

Cette question doit encourager les élèves à commencer à chercher des moyens d'identifier une tendance générale. Au lieu de cinq options, les enseignants pourraient inciter les élèves à penser à simplifier le problème pour ne plus avoir qu'une ou deux options seulement et relever le niveau de difficulté. Travailler et discuter par deux ou en groupes peut constituer une base favorable pour cette tâche.

Pouvez-vous identifier une quelconque tendance ?

Le tableau ci-dessous présente quelques valeurs que les élèves pourraient avoir calculées :

Options	Articles choisis	Notation	Calcul	Nombre de combinaisons au moment du choix
2	0	$\binom{2}{0}$	$\frac{2!}{0!\,2!}$	1
2	1	$\binom{2}{1}$	$\frac{2!}{1!\,1!}$	2
2	2	$\binom{2}{2}$	$\frac{2!}{2!\,0!}$	1
3	0	$\binom{3}{0}$	$\frac{3!}{0!\,3!}$	1
3	1	$\binom{3}{1}$	$\frac{3!}{1!\,2!}$	3
3	2	$\binom{3}{2}$	$\frac{3!}{2!\,1!}$	3
3	3	$\binom{3}{3}$	$\frac{3!}{3!\,1!}$	1
4	0	$\binom{4}{0}$	$\frac{4!}{0!\,4!}$	1
4	1	$\binom{4}{1}$	$\frac{4!}{1!\,3!}$	4
4	2	$\binom{4}{2}$	$\frac{4!}{2!\,2!}$	6
4	3	$\binom{4}{3}$	$\frac{4!}{3!\,1!}$	4
4	4	$\binom{4}{4}$	$\frac{4!}{4!\,0!}$	1
5	0	$\binom{5}{0}$	$\frac{5!}{0!\,5!}$	1
5	1	$\binom{5}{1}$	$\frac{5!}{1!\,4!}$	5
5	2	$\binom{5}{2}$	$\frac{5!}{2!\,3!}$	10
5	3	$\binom{5}{3}$	$\frac{5!}{3!\,2!}$	10
5	4	$\binom{5}{4}$	$\frac{5!}{4!\,1!}$	5
5	5	$\binom{5}{5}$	$\frac{5!}{5!\,0!}$	1

Y a-t-il une règle générale ?

Les enseignants pourront introduire le triangle de Pascal pour que les tendances se révèlent d’elles-mêmes. Les élèves pourront avoir tenté de trouver les valeurs dans le tableau ci-dessus en listant les combinaisons, les enseignants peuvent réfléchir au moment approprié pour l’introduction de la formule pour le calcul du nombre de combinaisons possibles dans le choix de r objets parmi n options, énoncée ci-dessous :

$$\binom{n}{r} == {}^{n}C_{r} \quad \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-r+1)}{r!}$$

Ressource d'information 6 pour l'enseignant : Carte des boissons

Cette ressource étudie la probabilité impliquée dans le choix aléatoire d'objets.

Cette activité pourrait être précédée d'une discussion introductive sur la manière dont les aliments sont transportés et consommés dans l'espace. Dans la vidéo « Un dîner dans l'espace » (http://stem.org.uk/rxcvr), Heston Blumenthal explique qu'à bord de l'ISS il faut boire des boissons contenues dans des sachets en plastique plutôt que dans des verres.

Cette leçon se penche sur l'affirmation « *Les liquides sont une denrée vitale à bord de l'ISS. Tim n'a plus que huit sachets de boissons. Il a cinq boissons goût orange, goût pomme, goût canneberge et une goût raisin. Il va en choisir une au hasard.* »

Questions que l'on pourrait poser pour susciter la réflexion au sujet de ce scénario :

Quelle est la probabilité de choisir la boisson au raisin ? Les élèves devraient répondre 1/8.
Cela suppose qu'une seule des options soit raisin, que la sélection soit complètement aléatoire et qu'il ne puisse pas déduire le contenu d'un paquet à partir de son poids ou de sa consistance.

Quelle est la probabilité de choisir le goût orange ? Les élèves devraient répondre 5/8.
On pose à nouveau les mêmes suppositions que précédemment. Les enseignants pourraient souligner le fait qu'il y a cinq boissons goût orange sur huit, que la probabilité de ne pas sélectionner orange est de 3/8 et que ces deux probabilités s'additionnent pour donner un.

Quelle est la possibilité de choisir orange trois fois de suite ?
Les enseignants pourraient encourager les élèves à dessiner une arborescence pour illustrer ce problème.

Pour ce qui est du premier choix, la probabilité que le choix se porte sur orange est 5/8. En supposant qu'une option orange a été choisie, la probabilité restante est de 4/7. Elle sera de 3/6 pour le troisième choix.

D'où la probabilité de choisir trois repas qui ne soient pas le curry :

$$\frac{5}{8} \times \frac{43}{76} \times \frac{}{} = \frac{5}{28} = 0{,}17857\ldots = 0{,}18 \ \text{(2 s. f.)}$$

Les enseignants pourraient discuter les méthodes de multiplication de fractions, y compris la simplification avant multiplication, de même que la nature répétitive de la réponse en décimale irrationnelle.

Ressource d'information 7 pour l'enseignant : Carte des boissons, éléments identiques

Cette ressource étudie la probabilité impliquée dans le choix aléatoire d'objets quand certains des objets sont identiques.

Cette activité pourrait être précédée d'une discussion introductive sur la manière dont les aliments sont transportés et consommés dans l'espace. Dans la vidéo « Un dîner dans l'espace » (http://stem.org.uk/rxcvr), Heston Blumenthal explique qu'à bord de l'ISS il faut boire des boissons contenues dans des sachets en plastique plutôt que dans des verres.

Cette leçon se penche sur l'affirmation « *Les liquides sont une denrée vitale à bord de l'ISS. Tim n'a plus que cinq sachets de boissons. Il a deux boissons goût orange, une boisson goût pomme, une goût canneberge et une goût raisin. Il va en choisir une au hasard.* »

Questions que l'on pourrait poser pour susciter la réflexion au sujet de ce scénario :

Combien de manières différentes d'arranger les boissons existe-t-il ?

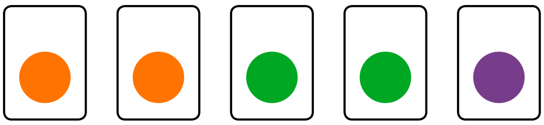
Les élèves devraient répondre 60.

Si nous étiquetons les boissons O1, O2, P, C et R, nous en avons 5! = 120 manières différentes d'arranger les sachets de boissons. Puisque O1 et O2 sont identiques, chacun des 120 arrangements peut être apparié comme des paires identiques. D'où les 60 arrangements différents.

Les enseignants peuvent autoriser les élèves à examiner d'autres scénarios similaires avec des valeurs différentes, avant de dévoiler :

« La règle pour le nombre d'arrangements d'un ensemble de n objets dont r objets sont identiques est $\frac{n}{r}$ ».

Combien d'arrangements existe-t-il pour les sachets de boissons ci-dessous ?



Les élèves devraient répondre 30.
À partir de l'affirmation ci-dessus, les élèves pourraient étendre la règle appliquée aux situations impliquant plus qu'un ensemble d'objets identiques, par ex. :

« La règle pour le nombre d'arrangements d'un ensemble de n objets dont r objets sont identiques, s objets sont identiques et t objets sont identiques est $\frac{n!}{r!s!t!}$ ».

Dans le cas de ce problème $\frac{5!}{2!2!} = \frac{5x4x3x2x1}{2x1x2x1} = 30$

Combien de combinaisons différentes pouvez-vous obtenir ?

À bord de la Station spatiale internationale (ISS) les provisions de nourriture sont très limitées. Tim pourrait juste avoir trois choix pour chacune des parties de son repas.

3 entrées :	3 plats principaux :	3 desserts :
Soupe Olives Melon	Curry Pâtes Burger	Sucre pétillant Sucette glacée Gâteau

- Quel repas comprenant trois plats choisiriez-vous ?
- Pouvez-vous dresser la liste de toutes les combinaisons possibles ?
- Et s'il n'y avait que deux options pour chaque plat ? Et s'il y avait quatre options ?
- Tim séjourne à bord de la Station spatiale pendant 6 mois, le nombre de combinaisons différentes pour chaque repas est-il suffisant ?

Tim peut choisir quatre articles à manger pour son repas principal chaque jour :

Soupe	Burger	Pâtes	Curry

- Quelle option choisiriez-vous ?
- Pouvez-vous classer les options, de la plus appréciée à la moins appréciée ?
- Dans combien d'ordres différents les quatre options peuvent-elles être arrangées ?
- Et s'il y avait seulement 3 options ?
- Et s'il y avait cinq options ?
- Y a-t-il une tendance générale ?

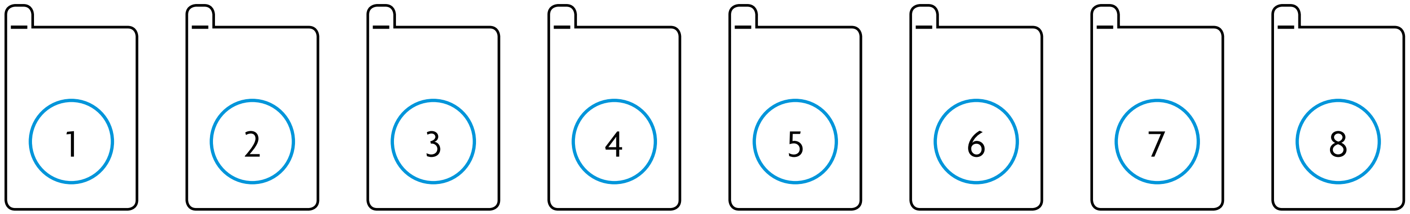
Factorielles (!)

La fonction factorielle (symbole : !) multiplie une série de nombres descendants, se terminant par 1.
e.g. 4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 24

Pouvez-vous trouver le bouton factoriel sur votre calculatrice ?
Essayez de calculer :
3! 5! 7! 1!

Que peut-il se passer quand un repas est choisi ?

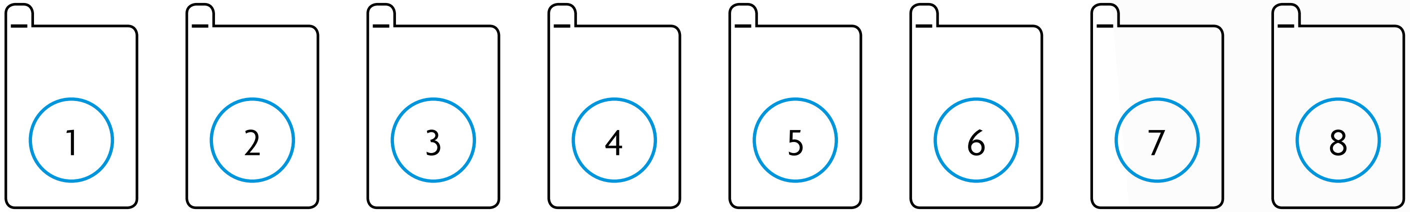
Malheureusement pour Tim, tous ses repas lui sont parvenus dans des paquets ... et aucun d'entre eux ne porte une étiquette ! Tim a huit options de choix différentes, mais il ne sait pas ce que contiennent les paquets qu'il choisit. Il sait aussi que l'une des options est le curry.



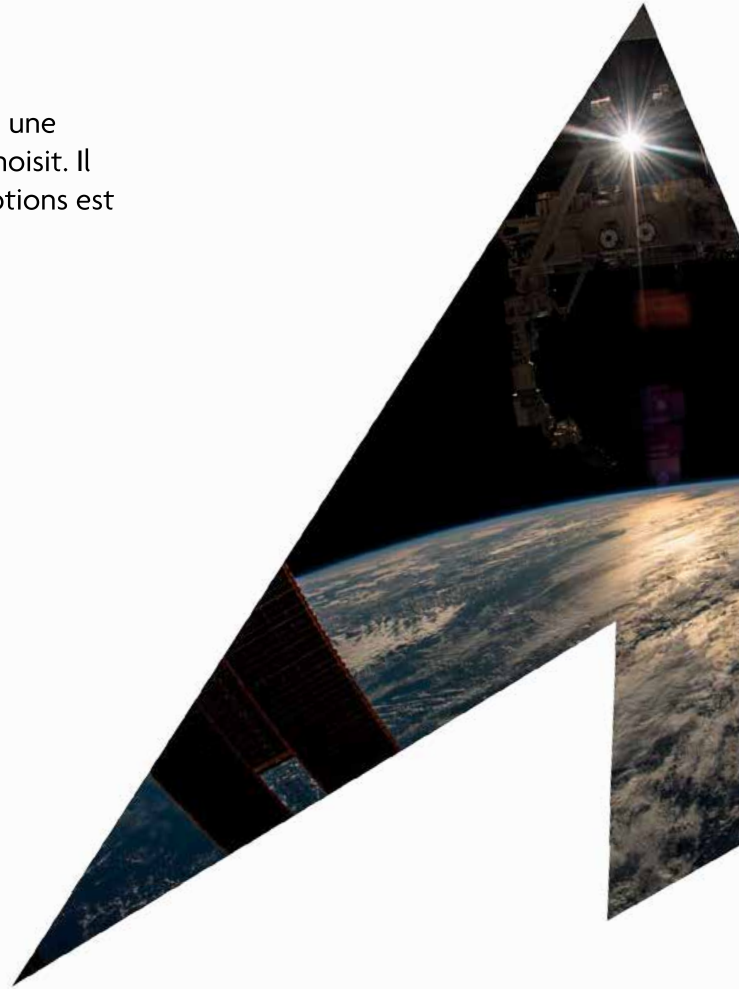
- Quelle est la probabilité de choisir le curry ?
- Quelle est la probabilité de ne pas choisir le curry ?
- Quelle est la possibilité de ne pas choisir le curry pour trois repas consécutifs de suite ?

Que peut-il se passer quand un repas est choisi ?

Malheureusement pour Tim, tous ses repas lui sont parvenus dans des paquets ... et aucun d'entre eux ne porte une étiquette ! Tim sait qu'il y a huit options différentes, mais il ne sait pas ce qui se trouve dans les paquets qu'il choisit. Il semble qu'il y ait à bord de l'ISS un nombre illimité de chacun des 8 choix de repas. Il sait aussi que l'une des options est le curry.



- Quelle est la probabilité de choisir le curry ?
- Quelle est la possibilité de choisir le curry trois fois de suite ?
- Quelle est la possibilité de choisir trois options différentes de suite ?



Repas combinés

Combien y a-t-il de combinaisons possibles ?

Pour un repas, Tim a le choix entre deux articles parmi les quatre options :

Soupe	Burger	Pâtes	Curry

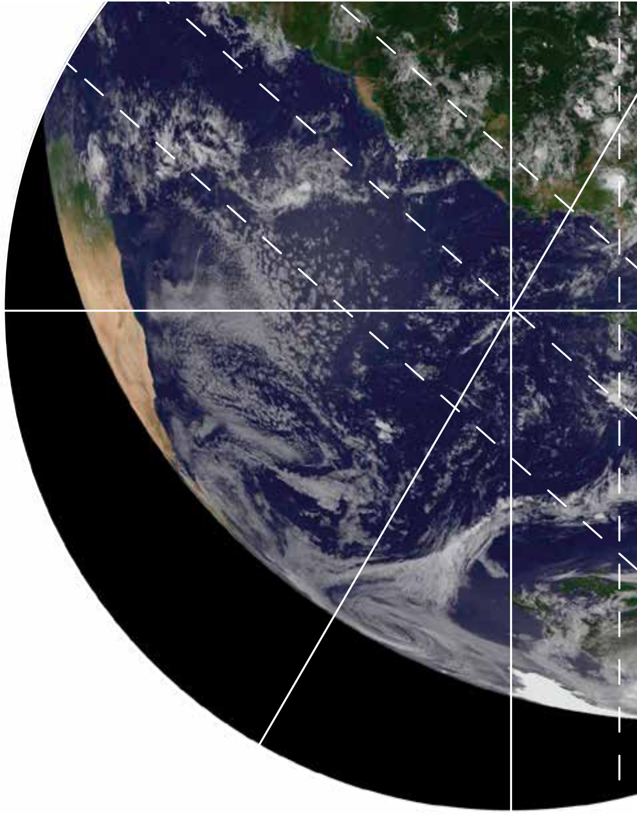
Combinaisons

La formule du nombre de combinaisons possibles lors du choix de r objets parmi n options est donnée par:

$$\binom{n}{r} = {}^{n}C_{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}$$

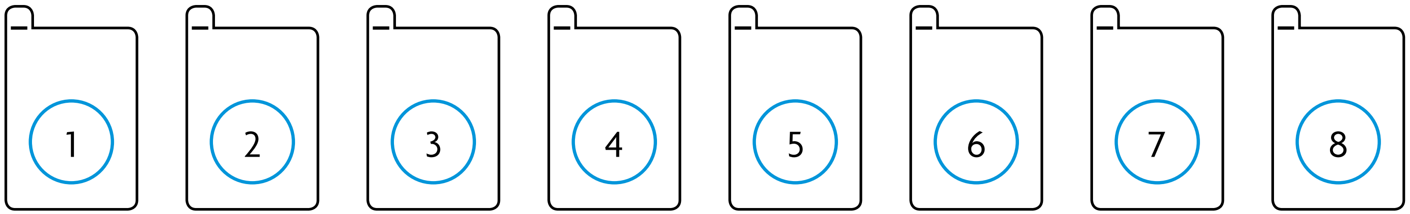
- Quelles sont les deux options que vous choisiriez ?
- Combien y a-t-il de combinaisons ?
- Pensez-vous que l'ordre a une importance ?
- Et si vous choisissez deux options parmi CINQ articles ?
- Et avec trois articles sur cinq ? Quatre articles parmi cinq ?
- Pouvez-vous identifier une quelconque tendance ?
- Y a-t-il une règle générale ?

Menu boissons | Probabilité



Que peut-il se passer quand un repas est choisi ?

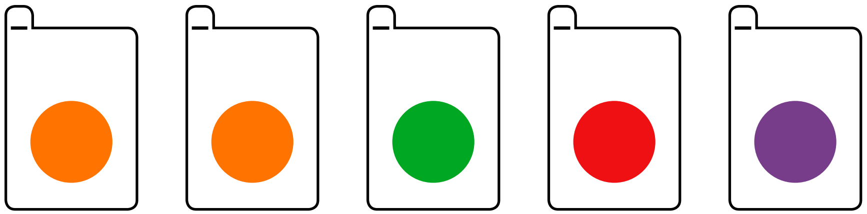
Les liquides sont une denrée vitale à bord de l'ISS. Tim n'a plus que huit sachets de boissons. Il a cinq boissons goût orange, une goût pomme, une goût canneberge et une goût raisin. Il va en choisir une au hasard.



- Quelle est la probabilité de choisir la boisson au goût raisin ?
- Quelle est la probabilité de choisir le goût orange ?
- Quelle est la possibilité de choisir orange trois fois de suite ?

Que peut-il se passer quand un repas est choisi ?

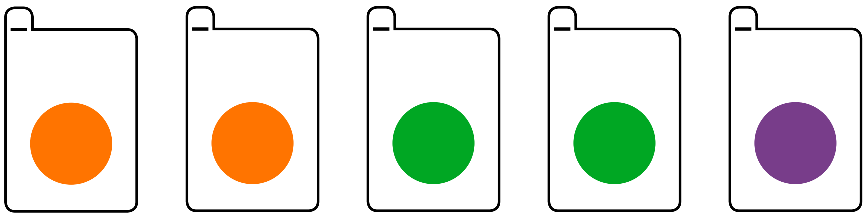
Les liquides sont une denrée vitale à bord de l'ISS. Tim n'a plus que cinq sachets de boissons. Il a deux boissons goût orange, une boisson goût pomme, une goût canneberge et une goût raisin.



La règle pour le nombre d'arrangements d'un ensemble de n objets, où r d'entre eux sont identiques est : $\frac{n!}{r!}$

- Combien de manières différentes d'arranger les boissons existe-t-il ?

Combien d’arrangements existe-t-il pour les sachets de boissons ci-dessous ?



La règle pour le nombre d'arrangements d'un ensemble de n objets, où r d'entre eux sont identiques est : $\frac{n!}{r!}$

principia mission

UK SPACE AGENCY esero STEM LEARNING